

## **Jacek Skowron**

Instytut Pojazdów Szynowych  
Politechnika Krakowska, 31-864 Kraków, al. Jana Pawła II 37  
E-mail: jskowron@mech.pk.edu.pl

# **Symulacja drgań płozy kolejowego liniowego hamulca wiropądowego**

## 1 Wstęp

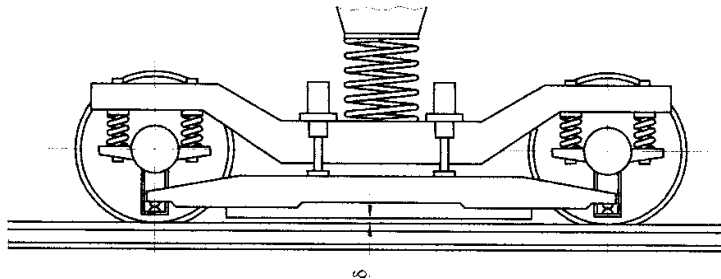
Już ponad dziesięć lat mija od wprowadzenia liniowego hamulca wiropądowego do eksploatacji w taborze kolejowym przez koleje niemieckie w pociągu ICE-3 [1,2]. Dotychczasowe doświadczenia są bardzo obiecujące i firma Knorr Bremse, która jest producentem tego hamulca, stale go udoskonala. Hamulec ten ma szereg korzystnych cech, takich jak: niezależność od przyczepności kół, brak zużywania się płozy, oddawanie energii w czasie hamowania do szyn, cicha praca i możliwość wykorzystywania go do hamowania służbowego. Zasadniczą wadą tego hamulca jest konieczność stosowania stosunkowo dużych mocy i łączące się z tym nagrzewanie się uzwojeń wzbudnika oraz nagrzewanie się szyn kolejowych i zakłócenia w działaniu urządzeń sygnalizacyjnych. Problem nadmiernego nagrzewania szyn rozwiązano przez wprowadzenie zasady polegającej na rozmieszczeniu hamulców wiropądowych tylko na wózkach napędnych, natomiast wózki toczne wyposażono w hamulce tarczowe. Taka metoda pozwala na dwukrotne zwiększenie odległości między hamulcami wiropądowymi, co wystarcza do bezpiecznego zmniejszenia temperatury szyn. Mimo wyżej wymienionych wad hamulec ten jest praktycznie jedynym dodatkowym hamulcem, który może zapewnić skuteczne hamowanie przy bardzo dużych prędkościach jazdy. Składa się z płozy umieszczonej nad główką szyny (rys. 1) między zestawami kołowymi wózka pojazdu, zawierającej poprzecznie (w stosunku do szyny) umieszczone bieguny o przemiennej biegunowości, które wytwarzają stałe pole magnetyczne, wzbudzając w przemieszczającej się szynie prądy wirowe. Z uwagi na konieczność zapewnienia stałej odległości między płozą hamulca a szyną belka (o konstrukcji ramowej), na której mocowana jest płoza hamulca, zawieszona jest bezpośrednio na osiach zestawów kołowych wózka. Stąd masa układu płoza – belka jest masą nieusprężynowaną, która niekorzystnie oddziałuje na zawieszenie pojazdu i torowisko. Hamulec ten wytwarza praktycznie stałą siłę hamującą (składowa pozioma siły ponderomotorycznej) w zakresie od początkowej prędkości hamowania do końcowej, wynoszącej około 60 km/h, przy której jest wyłączany. Wyłączenie jest konieczne ze względu na niebezpieczny dla konstrukcji wózka i hamulca wzrost pionowej siły działającej na płozę hamulca i szynę. Ponadto zwiększa on skuteczność hamulców przyczepnościowych, przez zwiększenie nacisków kół na szynę, w wyniku działania siły uciążu magnetycznego (składowej pionowej siły ponderomotorycznej).

W artykule rozpatrywany jest wpływ składowej pionowej siły ponderomotorycznej na pracę hamulca wiropądowego, gdyż wartość jej jest tak duża, że powoduje ugięcie belki mocującej płozę hamulca, a tym samym zmniejszenie szczeliny powietrznej między płozą a szyną. Ugięcie belki powoduje powiększenie się siły pionowej,

aż do stanu równowagi między siłą sprężystości belki i siłą pionową, która jest równocześnie funkcją prędkości, stąd wielkość szczeliny powietrznej jest też funkcją prędkości. Dodatkowo w wyniku oddziaływania nierówności toru płoza hamulca jest wprawiana w drgania, które mogą powodować zmniejszenie efektywnej szczeliny powietrznej. Szczelina ta powinna być minimalna ze względu na skuteczność hamowania, ale nie mniejsza od pewnej granicznej wartości, wynoszącej  $6 \div 7$  mm (wyznaczonej na drodze eksperymentalnej) dla wyłączanego hamulca i nieruchomego pojazdu. Ograniczenie to powodowane jest tym, że podczas hamowania nie powinno dochodzić do bezpośredniego kontaktu płozy z szyną, do którego nie jest przystosowana płoza hamulca.

W pracy przedstawiony został model, za pomocą którego można dobierać szczelinę powietrzną między płożą a szyną. Badane są siły działające na płożę hamulca oraz drgania płozy i ich wpływ na wartość szczeliny powietrznej, a tym samym na charakterystykę hamulca. Analizę prowadzono przy użyciu tzw. modelu grubopłytkowego [4], w którym założono, że prąd wirowy płynie w warstwie wierzchniej szyny o skończonej grubości  $\Delta$  równej głębokości wnikania prądu wirowego w szynę.

Wszystkie wyprowadzenia wzorów i obliczenia prowadzono, korzystając z programu komputerowego Mathematica.



Rys. 1. Wózek z liniowym hamulcem wiropładowym

Fig. 1. Bogie with linear eddy current brake

## 2 Analiza drgań płozy hamulca

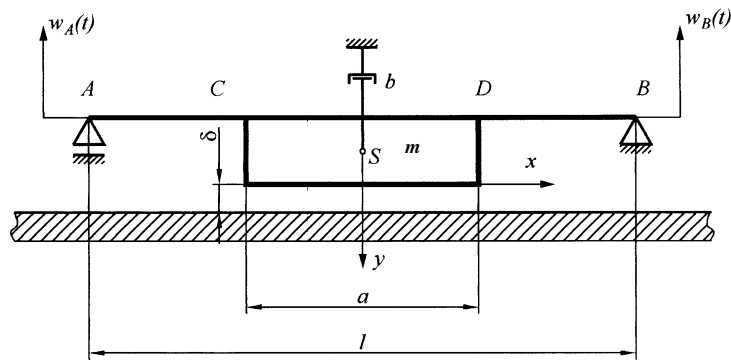
Oznaczenia użyte w artykule:

$A$  – magnetyczny potencjał wektorowy,  $F_y$  – składowa pionowa siły ponderomotorycznej,  $v$  – prędkość jazdy,  $\gamma$  – przewodność elektryczna płozy,  $\delta_0$  – początkowa wysokość szczeliny powietrznej,  $\delta_u$  – ugięcie belki,  $w(t)$  – wymuszenie kinematyczne,  $\Theta$  – prąd liniowy,  $\mu_1$  – przenikalność magnetyczna płozy,  $\mu_2$  – przenikalność magnetyczna szyny,  $\tau$  – podziałka biegunowa,  $p$  – liczba par biegunów,  $e$  – szerokość główki szyny,  $n$  – liczba porządkowa harmonicznej.

Na rysunku 2 przedstawiono schemat zawieszenia hamulca wiropładowego. Układ składa się z doskonale sztywnej bryły o masie  $m$  (płoza hamulca) oraz dwóch bezmasowych sprężystych odcinków belki  $AC$  i  $DB$ . Płoza hamulca może wykonywać ruchy tylko w kierunku osi  $y$ . Literą  $a$  oznaczono długość płozy hamulca, literą  $l$  długość belki, natomiast literą  $S$  środek masy bryły. W podporach belki w punktach  $A$  i  $B$  przyłożono wymuszenia kinematyczne  $w_A(t)$ ,  $w_B(t)$ , (w kierunku osi  $y$ ), wywołane

nierównością toru kolejowego. Natomiast drgania belki są tłumione przez tłumik liniowy o stałej tłumienia oznaczonej literą  $b$ .

Ponadto założono, że belka jest prosta (nie uwzględniono rzeczywistego kształtu belki, która faktycznie jest konstrukcją ramową). Przyjęty model można równie dobrze zastąpić układem o jednym stopniu swobody, złożonym z masy zawieszonej na sprężynie. W modelu przyjęto, że szyna kolejowa jest doskonale sztywna. Analizę podzielono na dwa etapy – pierwszy statyczny, bez wymuszenia pochodzącego od nierówności toru, i drugi dynamiczny, uwzględniający te nierówności. W stanie statycznym występuje równowaga składowej pionowej siły ponderomotorycznej działającej na płozę hamulca w procesie hamowania i siły sprężystości belki.



Rys. 2. Schemat zawieszenia hamulca wiropładowego

Fig. 2. Nominal model of eddy current brake system

Do obliczenia składowej pionowej siły elektromagnetycznej posłużono się wzorem, którego szczegółową postać oraz sposób wyprowadzenia podano w pracach [3-5]. W niniejszym artykule (z powodu ograniczonej objętości pracy) przedstawiono wzory końcowe bez wyprowadzenia:

$$A_{III}(x, y, t) = -i \frac{2\mu_0\mu_1}{(\mu_0 + \mu_1)\alpha} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Theta_{2n-1}}{S_{2n-1}} \{ \cosh[(2n-1)(y - \delta - \Delta)q] \} e^{i\alpha(2n-1)(x+vt)},$$

gdzie:

$$S_{2n-1} = \{ \cosh[(2n-1)q\Delta] + uq \sinh[(2n-1)q\Delta] \} \{ \sinh[(2n-1)\alpha\delta] + \cosh[(2n-1)\alpha\delta] \} + \\ + m \{ \cosh[(2n-1)q\Delta] - uq \sinh[(2n-1)q\Delta] \} \{ \cosh[(2n-1)\alpha\delta] - \sinh[(2n-1)\alpha\delta] \},$$

$$\alpha = \frac{\pi}{\tau}, \quad u = \frac{\mu_0}{\mu_2\alpha}, \quad m = \frac{\mu_0 - \mu_1}{\mu_0 + \mu_1}, \quad q^2 = \alpha^2 + i\mu_2\gamma_2v,$$

stąd składową pionową siły ponderomotorycznej otrzymamy z wzoru:

$$F_y = -\frac{1}{2\mu_0} \int_{-\tau}^{\tau} \left[ \int_0^l (\operatorname{Re} \operatorname{Rot} A_{III})^2 dz \right] dx, \quad (1)$$

natomiast wymuszenie kinematyczne wyniesie:

$$w(t) = \frac{1}{2} [w_A(t) + w_B(t)].$$

Kolejno przyjęto, że wszystkie argumenty funkcji  $F_y(\Theta, v, \delta, \mu_1, \mu_2, \tau, \gamma, e, p, n)$  przyjmują wartość stałą, z wyjątkiem  $v$  i  $\delta$ , oraz założono, że  $w(t) = 0$ , czyli składowa pionowa siły ponderomotorycznej staje się funkcją tylko dwóch zmiennych. Następnie, korzystając z tego, że pod wpływem składowej pionowej siły ponderomotorycznej następuje ugięcie belki zawieszenia hamulca i zmniejszenie się szczeliny powietrznej, porównano siłę sprężystości belki  $F_{ys}$  ze składową pionową siłą ponderomotorycznej  $F_y$ :

$$F_{ys} = F_y. \quad (2)$$

Rozwiązanie równania (2) prowadzi do uzyskania zależności:

$$\delta = \delta(v). \quad (3)$$

Podstawiając następnie funkcję (3) do równania (1), otrzymamy wzór na składową pionową siły ponderomotorycznej jako funkcję tylko prędkości, ale uwzględniając ugięcie belki.

Do wyznaczenia funkcji (3) przyjęto następujące dane hamulca:

$$\mu_{w1} = 100, \mu_{w2} = 50, \mu_1 = \mu_{w1} 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/A}, \mu_2 = \mu_{w2} 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/A}, \gamma = 2,3 \cdot 10^6 \text{ 1/\Omega m}, \\ \tau = 0,18 \text{ m}, \Theta = 1,85 \cdot 10^5 \text{ A/m}, \delta_0 = 0,006 \text{ m}, p = 3, e = 0,07 \text{ m}, n = 3.$$

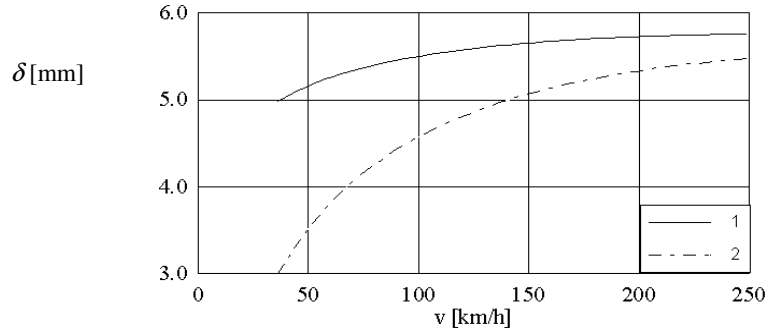
Ponadto przyjęto dwie sztywności belki, takie że przy wartości składowej pionowej siły ponderomotorycznej 20 kN i poruszającą się z prędkością  $v = 15 \text{ m/s}$  płozą hamulca, szczelina powietrzna zmniejszy się: dla sztywności  $c_1 = 2 \cdot 10^7 \text{ N/m}$  o 1 mm, natomiast odpowiednio dla sztywności  $c_2 = 8 \cdot 10^6 \text{ N/m}$  o 2,5 mm. Przyjęcie w danych do obliczeń prędkości 15 m/s wynika z badań empirycznych [7], gdzie przy tej prędkości wyłączano hamulec z uwagi na zbyt duży wzrost składowej pionowej siły ponderomotorycznej. Ponadto przy sztywności belki  $c_2$  dla prędkości  $v$  mniejszych od 15 m/s rozwiązaniem równania (2) są pierwiastki nierealne, co dowodzi, że szczelina powietrzna przyjmuje wartości ujemne.

Rozwiązanie równania (2) jest niemożliwe dla zmiennej prędkości, dlatego rozwiązywano go, podstawiając za  $v$  kolejne wartości z przedziału 15÷70 m/s z krokiem 5 m/s. Następnie przez tak otrzymane punkty poprowadzono krzywą, którą dla  $c_1$  aproksymowano funkcją (4), natomiast dla  $c_2$  odpowiednio funkcją (5):

$$\delta_1 = 0,00731 + 0,0000212 v - 0,00195 \ln v, \quad (4)$$

$$\delta_2 = 0,00245 + 8,23 \cdot 10^{-6} v - 0,00656 \ln v. \quad (5)$$

Na rysunku 3 przedstawiono zmianę wielkości szczeliny powietrznej między płozą hamulca a szyną w funkcji prędkości, gdzie krzywa 1 dotyczy sztywności belki  $c_1$ , natomiast odpowiednio krzywa 2 sztywności  $c_2$ .

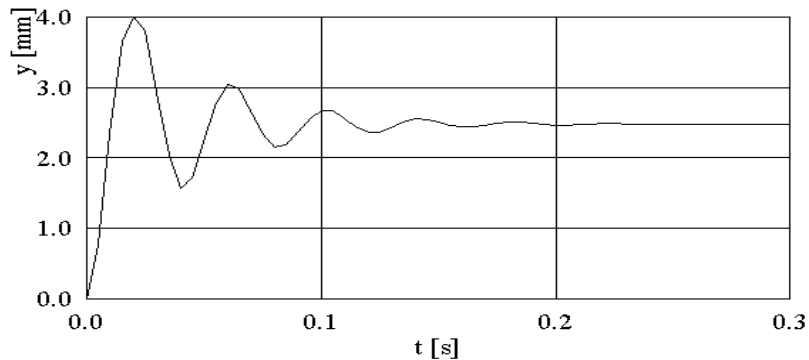


Rys. 3. Zmiana szczeliny powietrznej między płozą a szyną w funkcji prędkości  
 Fig. 3. Change of air gap between skid and rail

Dalszą analizę przyjętego modelu poszerzono o rozpatrywanie zjawisk dynamicznych, towarzyszących procesowi hamowania [6]. Podstawowym problemem są tu drgania płozy hamulca wywołane nierównością toru, które w niekorzystnym przypadku (gdy amplituda drgań byłaby zbyt duża) mogą powodować niebezpieczny kontakt płozy z szyną. W celu zbadania ruchu tego układu (rys. 2) opisano go równaniem:

$$m \ddot{y} + b \dot{y} + c y = F_y. \quad (6)$$

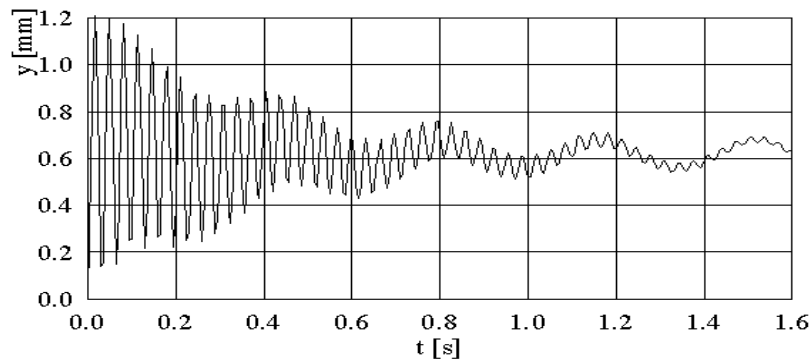
Rozwiązanie równania (6) możliwe jest tylko w postaci numerycznej, które uzyskano podstawiając  $m=200$  kg, natomiast dane dotyczące sztywności belki  $c$  oraz stałej tłumienia  $b$  i prędkości  $v$  zmieniano dla analizowanych przypadków. Pozostałe dane przyjęto jak wyżej. Przyjęto, że wymuszenie kinematyczne ma charakter sinusoidalny o okresie 25 m i amplitudzie nierówności toru 1 mm, przy rozstawie kół wózka 2 m. Założona nierówność toru ma amplitudę dwukrotnie większą, niż dopuszcza się w analizie rzeczywistych rozwiązań.



Rys. 4. Drgania płozy hamulca w funkcji czasu bez wymuszenia kinematycznego  
 Fig. 4. Brake skid vibrations time without kinematical excitation

Na rysunku 4 przedstawiono przebieg drgań płozy hamulca bez wymuszeń kinematycznych pochodzących od nierówności toru dla danych jak wyżej, ale przy

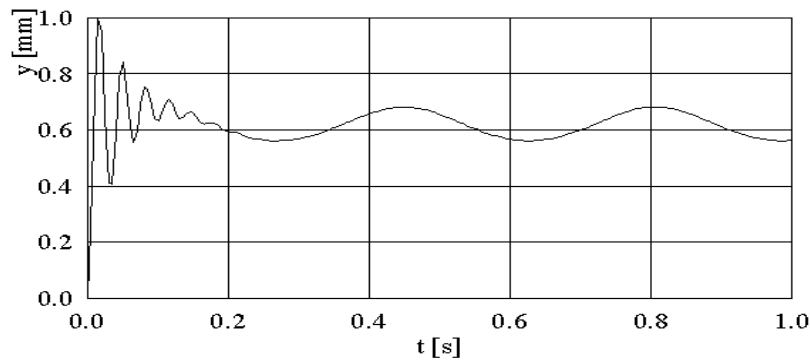
prędkości  $v=15$  m/s. Przy tej prędkości po włączeniu hamulca składowa pionowa siły ponderomotorycznej osiąga wartość około 20 kN i maksymalne ugięcie belki zawieszenia hamulca dochodzi do 4 mm, by po czasie 0,2 s i zaniku drgań ustabilizować się na wartości 2,5 mm.



Rys. 5. Drgania płozy hamulca w funkcji czasu z wymuszeniem kinematycznym i zmniejszonym tłumieniem

Fig. 5. Brake skid vibrations in time under kinematics excitation with low damping

Na rysunku 5 zamieszczono przebieg drgań płozy hamulca przy prędkości  $v=70$  m/s oraz stałej tłumienia  $b=10^3$  (N s/m) z uwzględnieniem wymuszenia kinematycznego. Tu amplituda drgań wzrasta nieznacznie (w stosunku do przebiegu przedstawionego na rys. 4) i wydłuża się czas zaniku drgań (do około 1,6 s) wywołanych włączeniem hamulca.

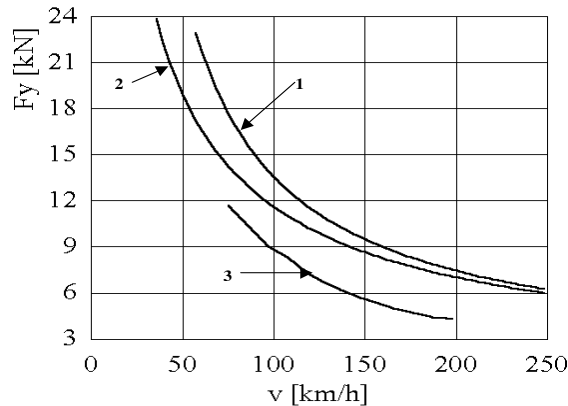


Rys. 6. Drgania płozy hamulca w funkcji czasu z wymuszeniem kinematycznym

Fig. 6. Brake skid vibrations in time under kinematical excitation

Wynik badania dla  $v = 70$  m/s,  $c_2 = 8 \cdot 10^6$  N/m i  $b = 10^4$  (N s)/m przedstawiono na rysunku 6. Drgania wywołane włączeniem hamulca zanikają po około 0,2 s, natomiast pozostają drgania wywołane nierównością toru, z tym że amplituda tych drgań jest około dziesięciokrotnie mniejsza od amplitudy wymuszenia. Zmniejszenie się

amplitudy drgań wynika z transmitancji układu elektromechanicznego zawieszenia hamulca wiroprowadowego.



Rys. 7. Składowa pionowa siły ponderomotorycznej w funkcji prędkości

Fig. 7. Component of vertical magnetic force in function of velocity

Na rysunku 7 przedstawiono wpływ sztywności belki na zależność składowej pionowej siły ponderomotorycznej od prędkości, gdzie krzywa 1 odnosi się do sztywności belki  $c_2$ , natomiast krzywa 2 odpowiednio do sztywności belki  $c_1$ . Ponadto na rysunku 7 przedstawiono wyniki badań eksperymentalnych [7] w postaci krzywej 3. Charakterystyczne jest to, że wraz ze wzrostem prędkości wpływ sztywności belki maleje prawie do zera.

Do powyższych obliczeń przyjęto  $n=3$  ze względu na czas obliczeń potrzebny do rozwiązania równania (6) (dla  $n>3$  czas obliczeń wzrasta z każdym kolejnym  $n$  kilkukrotnie) co dawało wystarczającą dokładność analizy i pozwalało je przeprowadzić w zadowalająco krótkim czasie.

### 3 Wnioski końcowe

W artykule analizowano wpływ ugięcia belki zawieszenia hamulca oraz drgań płozy na charakterystykę działania hamulca poprzez zmianę szczeliny powietrznej między płozą hamulca a szyną. Wyraźnie widoczny jest wpływ ugięcia belki zawieszenia hamulca (szczególnie w zakresie niskich prędkości), natomiast drgania płozy hamulca z powodu bardzo małej amplitudy drgań można pominąć. Stąd bardzo istotny staje się prawidłowy dobór sztywności belki, zapewniający utrzymanie założonych wartości szczeliny powietrznej. Z drugiej strony, dąży się do ograniczenia masy układu belka - płoza hamulca, która stanowi masę nieusprężynowaną niekorzystnie oddziałującą na zawieszenie pojazdu i torowisko. Istotna jest też znajomość wzajemnej relacji składowej poziomej siły ponderomotorycznej (siły hamującej) i składowej pionowej siły ponderomotorycznej (siły uciążu magnetycznego) dla prawidłowej oceny działania hamulców, wykorzystujących przyczepność między kołem a szyną. Znajomość tych charakterystyk jest równocześnie podstawą analizy działania całego układu hamulcowego.

Wyniki eksperymentalne różnią się od uzyskanych z badań modelowych i wynika to z przyjętych założeń upraszczających dotyczących zarówno samego modelu matematycznego hamulca wiroprądowego jak i belki mocującej płozę oraz orientacyjnych danych dotyczących sztywności belki, liczby amperozwojów cewki wzbudnika i innych parametrów [7].

#### Literatura

1. Skowron J.: Badanie szczeliny powietrznej między płozą a szyną kolejową w liniowym hamulcu wiroprądowym. *Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego Politechniki Koszalińskiej*, Koszalin 2007, str. 250-257
2. Kunz M., Graber J.: Integration der linearen Wilberstrombremse des ICE3cin die Infrastruktur – technische Aspekte und Betriebserfahrungen. *Eisenbahn Technische Rundschau H 7/8*, 2004
3. Meier Credner W., Graber J.: The Linear Eddy-Current Brake on the ICE3. *Eisenbahn Technische Rundschau H 6*, 2000
4. Skowron J.: Wpływ ugięcia belki mocującej hamulec wiroprądowy na jego charakterystykę. *XIV Konferencja Naukowa Pojazdy Szynowe*, Kraków–Arlamów 2000
5. Skowron J.: Mathematical model of linear eddy current brake unstable motion of the vehicle. *Czasopismo Techniczne*, 5/M, Kraków 1995
6. Bogacz R., Grzyb A., Skowron J.: On dynamical phenomena during operation of linear eddy current brake in the rail vehicles. *Journal of Technical Physics*, Vol. XXXV, No. 1-2, Warszawa 1994
7. Grzyb A.: Analiza drgań mechanicznych liniowych hamulców wiroprądowych. *Czasopismo Techniczne*, 2/M, Kraków 1991

#### Streszczenie

W artykule przedstawiono badania symulacyjne drgań płozy kolejowego liniowego hamulca wiroprądowego, które zainicjowano włączeniem hamulca. Belka uginana jest siłą uciągu magnetycznego, która jest między innymi funkcją wielkości szczeliny powietrznej i prędkości. Badania te prowadzono przy użyciu tzw. modelu matematycznego grubopłytkowego hamulca.

## **Simulation of vibration of the linear railway eddy current brake skid**

#### Summary

In the paper the analysis of simulation of vibration of the linear railway eddy current brake is presented. The magnetic force brings about the deflection of the beam and it is a function of air-gap and velocity. The investigations were carried out using mathematical model of the brake with a thick plate.